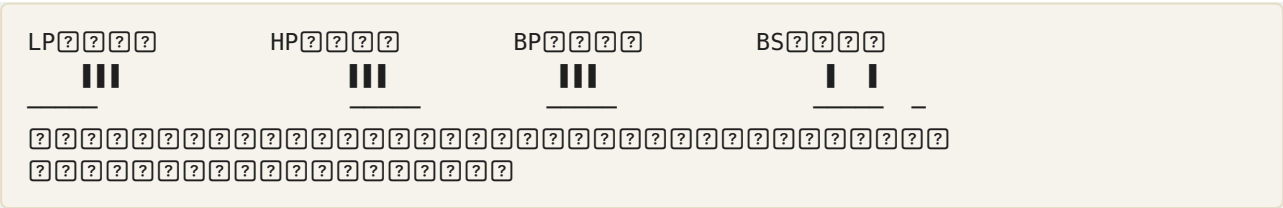


第 3 章 3：濾波器設計

濾波器（Filter）是訊號處理的核心：選頻、去雜訊、訊號分離。

一、濾波器的分類

依頻域行為



類型	行為
LPF（低通）	通過低頻，阻擋高頻
HPF（高通）	通過高頻，阻擋低頻
BPF（帶通）	只通過特定頻段
BSF（帶阻 / Notch）	阻擋特定頻段
AP（全通）	改變相位但不改變幅度

依實現方式

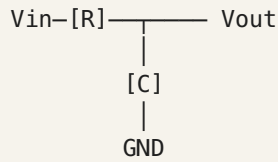
- 被動（Passive）：純 R, L, C
- 主動（Active）：含 OPAMP，可放大
- 數位（Digital）：FIR、IIR
- 開關電容（Switched Capacitor）：MOS 電路

依數學特性

- Butterworth：通帶平坦
- Chebyshev：通帶或阻帶有漣波，過渡更陡
- Bessel：相位線性，群延遲平坦
- Elliptic（Cauer）：通帶與阻帶都有漣波，最陡過渡

二、被動 RC / RL 濾波器

一階 RC 低通



轉移函數：

$$H(s) = \frac{1}{1 + sRC}$$

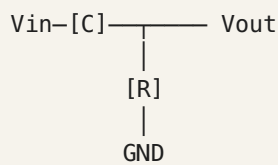
截止頻率：

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

衰減：通帶後每 dec 衰減 20 dB（一階）。

一階 RC 高通

電容串聯：



$$H(s) = \frac{sRC}{1 + sRC}$$

LC 濾波器

LC 濾波器衰減更陡（二階），但有電感成本。

LC 低通：

$$f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

LC 帶通：

LC 並聯諧振電路。

為什麼用 LC？

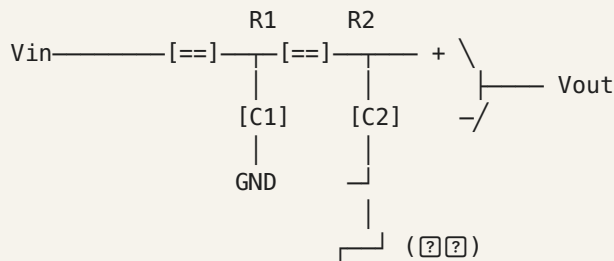
- 高頻電源濾波（電感擋高頻、電容旁路高頻）
- EMI 抑制
- 射頻匹配

三、主動濾波器（Active Filter）

OPAMP + RC，無需電感。低頻（< 100 kHz）首選，高頻時 OPAMP 限制顯現。

Sallen-Key 拓撲

最常用的二階濾波器：



二階低通的 -3dB 頻率：

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

Q 因子由 R, C 比例決定。

Multiple Feedback (MFB) 拓撲

另一種二階拓撲，反相，更易實現高 Q。

State-Variable Filter

3 個 OPAMP，同時提供 LP / HP / BP 三個輸出，Q 與 f 可分開調整。

四、Butterworth 濾波器設計

特性

- 通帶最大平坦

- 阻帶單調下降
- 計算容易

二階 Butterworth LP (Sallen-Key)

設 $R_1 = R_2 = R$, $C_1 = C_2 = C$:

$$f_c = \frac{1}{2\pi RC}$$

$Q = 0.707 \rightarrow$ 對應 Butterworth 響應。

步驟

1. 決定截止頻率 f_c
2. 決定階數 N (每階 -20 dB/dec)
3. 選 R (10 k 級)
4. 計算 C : $C = 1 / (2\pi f_c R)$
5. 用查表決定每階的 Q 值

範例：4 階 Butterworth LPF (音訊抗混疊濾波器)

$f_c = 20$ kHz, 4 階 :

兩個 2 階 Sallen-Key 級聯： - 第 1 級 : $Q = 0.541$ - 第 2 級 : $Q = 1.307$

每階用查表設計。

五、Chebyshev 與 Elliptic

Chebyshev I

通帶有等漣波 (ripple, 0.1 dB ~ 3 dB 可選) , 阻帶單調。 過渡比 Butterworth 陡。

Chebyshev II (Inverse)

通帶平坦, 阻帶有等漣波。

Elliptic (Cauer)

通帶與阻帶都有漣波, 但同階下過渡最陡。 缺點：相位非線性。

比較表（同 4 階， $f_c = 1$ ）

類型	過渡	通帶平坦	相位	用途
Butterworth	中	最平	中	通用
Chebyshev	陡	漣波	較差	嚴格阻帶
Elliptic	最陡	漣波	差	最嚴格
Bessel	緩	平	線性	訊號保真

六、開關電容濾波器

原理

用「開關 + 電容」模擬電阻：

$$R_{eq} = \frac{1}{f_{clk} \cdot C}$$

優點

- f_c 可由 clock 控制
- 全部用 CMOS 實現（IC 內部）
- 精度高

缺點

- 需要時鐘
- clock feed-through 雜訊
- 取樣頻率限制

經典 IC

- MAX291 / MAX295：8 階 Butterworth/Bessel LPF
- MAX7400：8 階 Elliptic
- LTC1063：5 階 Bessel

七、數位濾波器

FIR（有限脈衝響應）

- 全為前向係數（不依賴前次輸出）
- 必穩定
- 線性相位（係數對稱）
- 階數高（運算量大）

IIR（無限脈衝響應）

- 含回授
- 階數低（運算量小）
- 可能不穩定（量化誤差）
- 相位非線性

設計工具

- MATLAB / Octave
- Python scipy.signal
- 線上工具（如 Iowa Hills）

應用

- DSP 處理器
- FPGA 內部
- 軟體定義無線電（SDR）
- 音訊處理

八、實際應用範例

1. ADC 抗混疊濾波器（Anti-aliasing Filter）

ADC 採樣率 $f_s = 1 \text{ MS/s}$ Nyquist 頻率 = 500 kHz 任何高於 500 kHz 的訊號會「混疊」(alias) 到低頻

→ 在 ADC 前加一個 LPF， $f_c \approx 200\text{--}400 \text{ kHz}$ 。

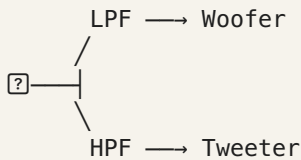
選 4–6 階 Butterworth Sallen-Key。

2. ADC 後重建濾波器 (Reconstruction Filter)

DAC 輸出階梯狀，需要平滑：- LPF 移除取樣頻率與其諧波 - 通常用一階 RC 即可

3. 音訊系統的高頻 / 低頻分頻網路 (Crossover)

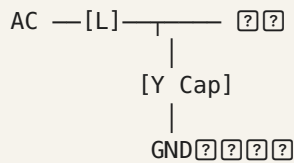
低頻喇叭只接低頻，高頻喇叭只接高頻：



被動分頻：用 LC 元件 主動分頻：用 OPAMP (電子分音)

4. EMI 濾波器

電源輸入端的 LC 濾波器抑制傳導 EMI：



通常結合共模 + 差模濾波。

5. 50/60 Hz Notch Filter

從生醫訊號 (ECG、EEG) 中濾除電力線干擾：

雙 T notch 或主動 BSF， $f_0 = 60\text{ Hz}$, $Q = 30$ 。

九、濾波器選用建議

應用	推薦
音響高保真	Bessel 或 Butterworth（相位重要）
ADC 抗混疊	Butterworth 或 Chebyshev
通訊選頻	Chebyshev 或 Elliptic（陡斜率）
電源 EMI	LC 濾波器
數位訊號處理	FIR（線性相位）或 IIR（效率）

十、本章總結

✔ 您應該掌握：

- [x] LPF/HPF/BPF/BSF 四大類
- [x] 被動 RC, LC 濾波器
- [x] 主動濾波器（Sallen-Key, MFB）
- [x] Butterworth/Chebyshev/Elliptic/Bessel 取捨
- [x] 開關電容與數位濾波器
- [x] 實際應用：抗混疊、分頻、EMI、Notch

下一章

04-???.md 一 振盪器與時鐘源。